Solution 9 :

$1°/\ \frac{y^4}{16} = x^4 - 2x^2 + 1 \Leftrightarrow \left(\frac{y^2}{4}\right)^2 = (x^2-1)^2$

$\Leftrightarrow \frac{y^2}{4} = x^2 - 1$ ou $\frac{y^2}{4} = -x^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - \frac{y^2}{2^2} = 1$ (1)

ou $x^2 + \frac{y^2}{2^2} = 1$ (2)

(1) est l'équation d'une hyperbole (H)

(2) est l'équation d'une ellipsse (E)

d'où : $(\Gamma) = H \cup (E)$

2°/(H) a pour axes les axes du repère pour sommets les points A(1,0) et A'(-1,0) pour foyers

$F_1(\sqrt{5},0)$ et $F_2(-\sqrt{5},0)$ pour asymptotes les droites $D_1 : y = 2x$ et $D_2 : y = -2x$

- (E) a pour axes les axes de coordonnées pour sommets les points A(1,0) ; A'(-1,0) ; B(0,2) ; B'(0,-2)

pour foyers les points $F_2(0, \sqrt{3})$ et $F'_2(0, -\sqrt{3})$.

Solution 10 :

Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. A tout nombre réel m , on associe l'ensemble (C_m) des points M(x,y) dont les coordonnées vérifient l'équation :

$$mx^2 - 4mx - (m-1)y^2 + 2 = 0$$

Etudier suivant m , la nature de (C_m)

$mx^2 - 4mx - (m-1)y^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow m(x^2 - 4x) - (m-1)y^2 + 2 = 0$

$\Leftrightarrow m[(x-2)^2 - 4] - (m-1)y^2 + 2 = 0$